دانشگاه غیرانتفاعی اشراق بجنورد

نسبت‌های مثلثاتی و مشتق‌ها و انتگرال‌های پرکاربرد در معادلات دیفرانسیل

تهیه کننده :مسعود مجلسی

نسبت‌های مثلثاتی

$$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha} \qquad \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad \tan\alpha = \frac{1}{\cot\alpha} \qquad \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 \qquad \cos c\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \qquad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha) \qquad \cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$$

مشتق‌های مهم

$$y = x^n \Rightarrow y' = nx^{n-1} \qquad y = a^x \Rightarrow y' = a^x \ln a \qquad y = e^x \Rightarrow y' = e^x$$

$$y = \ln x \Rightarrow y' = \frac{1}{x} \qquad y = \sin x \Rightarrow y' = \cos x \qquad y = \cos x \Rightarrow y' = -\sin x$$

$$y = \cot x \Rightarrow y' = -\frac{1}{\sin^2 x} = -(1+\cot^2 x) \qquad y = \tan x \Rightarrow y' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$$

$$y = \sin^{-1} x \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad y = \cos^{-1} x \Rightarrow y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$y = \tan^{-1} x \Rightarrow y' = \frac{1}{1+x^2} \qquad y = \cot^{-1} x \Rightarrow y' = \frac{-1}{1+x^2}$$

اگر $f(x)$ تابعی مشتق پذیر باشد:

$$y = [f(x)]^n \Rightarrow y' = nf'(x)[f(x)]^{n-1} \qquad y = e^{f(x)} \Rightarrow y' = f'(x)e^{f(x)}$$

$$y = \ln|f(x)| \Rightarrow y' = \frac{f'(x)}{f(x)} \qquad y = \sin f(x) \Rightarrow y' = f'(x)\cos f(x)$$

$$y = \cos f(x) \Rightarrow y' = -f'(x)\sin(x) \qquad y = \tan f(x) \Rightarrow y' = \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)}$$

$$y = |f(x)| \Rightarrow y' = \frac{f(x)f'(x)}{|f(x)|} \qquad y = \cot f(x) \Rightarrow y' = -\frac{f'(x)}{\sin^2 f(x)}$$

$$y = \sqrt{f(x)} \Rightarrow y' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

دو تابع $f(x)$ و $g(x)$اگر مستق پذیر باشند آن‌گاه

$$[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x) \qquad [\lambda f(x)]' = \lambda f'(x)$$

$$[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x) + g'(x)f(x) \qquad [f^n(x)]' = nf'(x)f^{n-1}(x)$$

$$[\frac{f(x)}{g(x)}]' = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{g^2(x)}$$

دانشگاه غیرانتفاعی اشراق بجنورد

نسبت‌های مثلثاتی و مشتق‌ها و انتگرال‌های پرکاربرد در معادلات دیفرانسیل

تهیه کننده :مسعود مجلسی

انتگرال

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \ (n \neq -1)$$

$$\int dx = x + c$$

$$\int \sqrt[n]{x} dx = \frac{n}{n+1} \sqrt[n]{x^{n+1}} + c$$

$$\int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sin^{-1} x + c$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \tan^{-1} x + c$$

$$\int \frac{u'}{u} dx = \ln u + c$$

$$\int \frac{u'}{1+u^2} dx = \arctan u + c$$

$$\int \frac{1}{u^2} du = -\frac{1}{u} + c$$

$$\int u' u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$$

انتگرال جزء به جزء

$$\int u dv = uv - \int v du$$

اولویت‌ها برای u در انتگرال‌های جزء به جزء

۱- توابع مثلثاتی

۲- توابع معکوس مثلثاتی

۳- توابع رادیکالی

۴- چند جمله ای

۵- مثلثاتی

۶- نمایی